**УДК 681.3, 004.62**

**Сірко М. Б., Березко Л.О.**

Національний університет "Львівська політехніка"

кафедра електронних обчислювальних машин

**Моніторинг дорожнього руху в містах за допомогою мережевої томографії**

*© Сірко М. Б., Березко Л.О., 2020*

**Розглянуто проблему моніторингу дорожнього руху в містах. Проаналізовані способи пошуку та вирішення проблеми. Запропоновано алгоритм, який за допомогою мережевої томографії допоможе вирішити задану проблему.**

**Ключові слова: моніторинг дорожнього руху, мережева томографія**

**The problem of traffic monitoring in cities is considered. Methods of finding and solving the problem are analyzed. An algorithm is proposed that will help solve a given problem with the help of network tomography.**

**Keywords: traffic monitoring, network tomography**

**Вступ.** Моніторинг дорожнього руху є основною складовою майбутніх розумних міст. Міським планувальникам потрібні динамічні дані про дорожній рух для управління потоком руху та побудови дорожньої мережі. Ефективні та дієві підходи до моніторингу дорожнього руху потребують такої інформації, як середній час подорожі з одного місця до іншого. Поточний моніторинг руху зазвичай покладається на краудсорсинг (дані які отримуються зі сторонніх джерел) або використання датчиків які сигналізують про ситуацію. В роботі представлена стратегія розгортання мережі камер на основі методу ​​мережевої томографії, враховуючи вартість, покриття та точність. Вчені досліджували мережеву томографію як корисний інструмент для оцінки внутрішньої поведінки мережі, таку як затримка розподілу та швидкість втрати пакетів [1]. Даний метод підходить для великих та різноманітних мереж. Він полягає в тому, що підмножина вузлів, розташованих на краях мережі використовуються як монітори. Монітори обмінюються вибірковими пакетами між собою і збирають наскрізні вимірювання вздовж контурів. Протягом кожного часового вікна, центр управління збирає ці вимірювання, а лінійні алгебраїчні методи застосовуються для виведення рівня затримки зв'язку. Якщо лінійна система вирішує проблему, вона успішно визначає затримку окремої ланки, посилання можна ідентифікувати. Ідентифікація посилання залежить від топології мережі, вибраних моніторів та зібраних вимірювань. Щоб застосувати мережеву томографію від комунікаційних мереж до дорожніх мереж, використовуються вузли для представлення перехресть доріг та країв доріг. Вибрані перехрестя оснащуються камерами для ідентифікації транспортних засобів та запису часу проїзду. Наскрізне вимірювання завершується і реєструється, коли той самий транспортний засіб досягає іншої локації моніторингу . Затримка - це середній час поїздки по цьому шляху.

Припустимо вартість вузла в якості монітора залежить від місця розташування. Метою дослідження є максимізація ідентифікації при мінімізації витрат на розгортання та помилок виводу. У статті детально розглянуто алгоритм вирішення задачі оптимізації.

Мережева томографія є перспективним підходом для моніторингу дорожнього руху в складних умовах. Наприклад, різниця в швидкості руху призводить до «шуму» при вимірах. Завдання формується як лінійна задача оптимізації. Знаходження мінімального «шуму» та вирішення лінійних нерівностей мінімізують похибку через входи «шуму». Також є невизначеність та невідомість у визначенні шляху руху транспортного засобу, оскільки він не керується зондуючою системою. Розроблено алгоритм, що призначає вимірювання контурам на основі алгоритму розподілу графів Кернігана-Ліна [2].

**Стан проблеми.** Застосування мережевої томографії до транспортного руху не є простим,

і потрібно вирішити кілька проблем. Зокрема, в мережах зв’язку передбачається, що пакети йдуть за заздалегідь визначеним (можливо, призначеним джерелом) маршрутом [3]. Наперед визначені шляхи, очевидно, не є вірними для транспортних засобів, які є повністю незалежними, і цілком можуть дотримуватись кількох маршрутів між будь-якою парою камер. Крім того, наскрізний час подорожі є під впливом незначного «шуму», що може унеможливити отриману лінійну систему.

Для вирішення цих питань ми пропонуємо теоретичні докази, які дозволяють нам сформулювати проблему оптимізації розміщення камер для отримання максимального покриття і мінімальної похибки при мінімізації витрат на розгортання камер. Крім того, ми сформулювали задачу лінійної оптимізації для мінімізації похибки при вимірюванні, так що можна вирішити лінійну систему. Також, ми розробляємо алгоритм на основі розподілу графів Кернігана-Ліна [6] призначений для вимірювання наскрізних маршрутів між камерами. Ми перевірятимемо свій підхід на реальних топологіях мережі в Львові області та генеруватимемо реалістичний час подорожі автомобілів за такими топологіями за допомогою сценарію, заснованого на API Google Maps [4]. Ми сподіваємось, що наш підхід може охоплювати більше 95% дорожньої мережі, коли лише 20% перехресть доріг будуть обладнані камерами.

**Постановка задачі.** Знайти підхід до вирішення проблеми моніторингу дорожнього руху в містах. Проаналізувати способи пошуку та вирішення проблеми. Розробити алгоритм, який за допомогою мережевої томографії допоможе вирішити задану проблему.

**Розв’язання задачі.** Традиційні підходи до моніторингу міського руху покладаються на міську інфраструктуру, тобто щоб наприклад зібрати інформацію про дорожні умови, потік руху, в розвинених містах часто використовуються індуктивні петлеві детектори, вбудовані в тротуари, або камери які розташовуються в основному на перехрестях доріг, щоб охоплювати більше інформації. Але такі підходи не завжди є ефективними, оскільки щоб оснастити кожне перехрестя камерами, знадобиться дуже багато коштів. Тому для розв’язку задачі було вирішено створити алгоритм на основі Алгоритму Кернінгана-Ліна, який допоможе визначити оптимальну кількість операцій обміну даними з обмеженої кількості камер для максимально точного результату.

 Мережа моделюється як ненаправлений граф G = (V; E), де V - набір вузлів, а E – набір посиланнь. Деякі вузли вибираються в якості моніторів і будуть обмінюватися пакетами, по порядку збирати наскрізні вимірювання (наприклад, загальну затримку або втрати пакетів чи шлях між двома моніторами). На рисунку 1 зображено приклад графа, де вузли монітора позначені затіненими колами, а товсті лінії між ними виділяють можливі шляхи між будь-якою парою таких моніторів, а саме p1(m1 , m3 ) = {l1 , l7 }, p2(m1 , m9 ) = {l1 , l15 } і p3(m9 , m3 ) = {l15 , l7 }.

Основним припущенням є адитивний характер метрики, яку слід вивести. Як приклад, затримка наскрізного шляху - це сума затримок його посилань. Якщо ми дозволимо ***bi*** вказати вимір отриманий за допомогою зондування шляху ***i***, а ***хJ*** (поки невідомі) вказати затримки на лінії j- го вимірювання, зібрані дані на шляху між моніторами m1 і m9 на малюнку 1 буде виражено як: x1 + x15 = b1 .

Загалом нехай P = {p 1 , p 2 , ..., p | P | } представляє набір шляхів зондування між моніторами. Зв'язок між шляхами та посиланнями представлено двійковою матрицею R, розміром | P | × | E |, де кожен рядок відноситься до певного шляху зондування. Більш конкретно, елемент (i, j) матриці R встановлюється в 1, якщо посилання ***lJ*** належить шляху ***pi*** ,в іншому випадку встановлюється 0. Наскрізні вимірювання зберігаються в 1 × | P | вектор b , елементи b*i* представляють наскрізне вимірювання по шляху p*i*.

Отже, якщо дозволити ***xj*** представляти затримку вздовж ланки **l*j*** , то загальна затримка на шляху **p*i*** може бути виражена як:

 (1)

Ми можемо легко поширити це на всі шляхи і сформулювати наступну лінійну систему:

**Rx = b** (2)

де **x** являє собою окремі посилання вимірювання. Вирішуючи лінійну систему, виводиться значення x.

На рисунку 1 вузли 1 і 9 обрані в якості моніторів. Додавання вузла 3 та вирішення відповідної лінійної системи повністю визначала б час подорожі для всіх задіяних посилань, які, таким чином, ідентифікуються. Використовувався б лише обмежений набір моніторів. Вузол 5 в цьому випадку не було обрано в якості монітора, тому жодну камеру не потрібно буде розгортати на відповідному перехресті дороги.

 Варто зазначити, що інший вибір моніторів, може охопити більшу частину мережі, однак, не обов'язково покращить ідентифікацію;

Наприклад, з моніторами {1, 4, 9} та шляхами p 1 (m 1 , m 4 ) = {l 1 , l 7 , l 9 }, p 2 (m 1 , m 9 ) = {l 1 , l 15 }, і p 3 (m 9 , m 4 ) = {l 15 , l 7 , l 9 }, система не може створити унікальне рішення для посилань l 7 і l 9 .

Розгляд додаткових шляхів також не може гарантувати поліпшення ідентифікації. Однак, застосовуючи мережеву томографію на транспортній мережі представляє нові та унікальні випробування.



*Рис. 1. Приклад простої мережі з 10 вузлів і 19 зв’язків. Лінійна система з вибраними вузлами в якості моніторів, з кількома можливими шляхами, і відповідною матрицею.*

Першою проблемою яку ми вирішуємо, є вибір набору М перехресть, де потрібно розгорнути камери. В ідеалі, вибір вузлів повинен спричинити мінімальні витрати, забезпечуючи при цьому максимальне покриття та мінімальну похибку оцінки.

Якщо розглянути лінійну систему Rx = b, отриману в результаті розміщення камер в усіх можливих перехрестях в V`. Очевидно, що е рішення забезпечить максимальне покриття і мінімізує похибки, однак, це також приведе до великих витрат. Використовуючи мережеву томографію ми можемо використовувати набагато менший набір M ⊆ V і як результат забезпечити те саме покриття і похибку, за значно нижчі кошти.

З цією метою розглянемо концепцію основи матриці R. Вона полягає в тому, що дано двійкову матрицю R розміру | P | x | E |, основа В є максимальною підмножиною лінійно незалежних рядків (шляхів). Будь-яка основа матриці R має дві відповідні властивості, а саме вона забезпечує максимальне покриття і мінімальну похибку. В описаній нижче теоремі, ми використовуємо шляхи матриць, такі як R, як набори векторів, для полегшення позначення.

Теорема: Дано двійкову матрицю R розміру | P | x | E |, для будь-якої основи B з R, якщо існує шлях до P що покриває зв’язоу l ∈ E, тоді існує шлях до В, який покриває l.

Доведення: Ми доводимо твердження протиріччям. Розглянемо базис В={v1, …, vn}, і припустимо що існує посилання l, яке не охоплює жоден вектор у В. Однак оскільки В покрите в R, тоді повинен існувати принаймні один вектор v ∈ R, який охоплює l, і оскільки В є базисом, має бути можливо виразити v як лінійну комбінацію з {v1, …, vn}. Однак ми припустили, що l не охоплюється В, тобто vi[ l ] = 0 для кожного і=1,…,n. Тому, v не може бути виражена як лінійка комбінація шляхів у В, отже, В не є основою R, що призводить до протиріччя.

Тепер ми зосередимося на властивостях базису щодо помилки висновку. Шляхом вирішення лінійної системи Rx = b, деякі посилання можна ідентифікувати. Тому помилка для цих посилань дорівнює нулю, за умови, що вимірювання в b є точними. Однак для посилань, які не можна ідентифікувати, існує кілька значень, які задовольняли б систему.

Наш алгоритм виведення значення для неідентифікованих посилань показує, що інтуїтивно, чим більший простір можливих варіантів вибору, тим більша потенційна заключна помилка для неідентифікованих посилань.

Більш формально, нехай Q ⊆ R - будь-який набір шляхів, кінцеві точки яких ми плануємо моніторити через камери. Крім того, нехай Vol¹Qº - об’єм багатогранника з можливих рішеннь для лінійної системи, враховуючи лише рівняння в Rx = b, що відповідають шляхам у Q. Позначимо таку меншу систему як Q х Q = б Q . Чим більше Vol (Q), тим більша помилка, яку ми можемо отримати, вибравши точку в багатограннику, і навпаки, якщо Vol (Q) менша, помилка заключення також менша.

Врахування всіх шляхів у R, очевидно, дозволяє отримати мінімальну кількість неідентифікованих посиланнь, а також мінімальний обсяг Vol (R). Це добре відомо в лінійній алгебрі, що якщо ми обмежимося розглядом юазису B з R і вирішимо відповідну лінійну систему BxB = bB , ми отримаємо однаковий набір неідентифікованих ланок [5]. У наступній теоремі, ми далі показуємо, що така система передбачає однаковий об'єм для багатогранника з можливими рішеннями для неідентифікованих зв'язків (тобто Vol (B) = Vol (R)), і тому вона забезпечує таку ж мінімальну помилка заключення.

Алгоритм 1: Жадібний алгоритм розміщення камери.

**Вхідні дані:** Матриця R

1 Q = ∅;

2 **while** ранг (Q) ≤ ранг (R) , **do**

3 p ∗ = шлях у R \ Q з мінімальними витратами і лінійно незалежний від шляхів у Q;

4 Q = Q ∪ p ∗ ;

5 **foreach** Шлях p ∈ Q \ R **do**

6 Вартість оновлення cp, враховуючи камери, які вже вимагає Q

7 **return** **Q**

Теорема: Розглянемо двійкову матрицю R розміру | P | × | E | і наскрізне вимірювання вектора b . Для будь-якого базису B з R - багатогранник можливих розв’язків для системи R x = b той самий багатогранник рішень системи Bх = bB.

Доведення: Рішення x для системи Rx = b існує, якщо вектор b лежить у діапазоні вектора в R [8]. Оскільки B є основою R, вони обидва охоплюють один і той же векторний простір. Як результат, х також є рішенням для Bх=bB.

Поєднуючи ці теореми, можна зробити висновок, що для отримання максимуму покриття та мінімальної похибки при мінімізації витрат на розгортання камер, нам потрібно шукати основу матриці R з мінімальними витратами.

Це може бути офіційно визначено як проблема оптимізації, наступним чином:

(3)

 (2)

Де C(Q) - вартість розгортання моніторів на перехрестях, визначених набором шляхів Q. Рішення Q вищезазначеної задачі можна легко перевести у набір перетинів M, розмістивши камери в кінцевих точках кожного шляху в Q.

Зазначимо, що C () є субмодульною функцією [7]. Крім того, лінійно

підвісні підмножини R утворюють матроїд. Як результат, наша проблема – мінімізація субмодульної функції над обмеженням матроїду. Необмежену мінімізацію субмодульної функції можна розв’язати за поліноміальний час за допомогою розширення Ловаша [7].

Однак навіть прості обмеження потужності можуть ускладнити проблему [7]. Для цього в цій роботі ми пропонуємо жадібний алгоритм для вирішення проблеми оптимізації в Рівнянні (3).

Алгоритм приймає в якості вхідних даних матрицю R, отриману шляхом розміщення камер на всіх секціях у V’. Він починається з порожнього значення Q (рядок 1), який ітеративно розширюється за циклом while (рядки 2-6). Цикл повторюється до тих пір, поки Q не стає базисом (тобто його ранг стає меншим, ніж у R). На кожній ітерації шлях із найменшими витратами, який лінійно незалежний від шляхів у Q, вибирається та додається до Q (рядки 3-4). Внутрішній цикл for (рядки 5-6) оновлює витрати на шляхи, не в Q, беручи до уваги камери, необхідні для шляхів в Q. Це необхідний крок для врахування субмодулярності цільової функції.

Аналіз складності. Цикл while виконується не більше рангу(R) разів. Розрахунок рангу може бути виконаний в O(| E | 3 ) за допомогою Гаусової елімінації. Пошук шляху з мінімальною вартістю може бути зроблена в O(|P|). Нарешті, виконується цикл for для оновлення витрат O(| P |) ітерацій для кожної ітерації циклу while. Як результат, загальна складність - O (ранг (R) × (| E | 3 + | P |)).

**Висновки.** В даній статті було розглянуто проблему моніторингу дорожнього руху в містах, та запропоновано алгоритм, розроблений на основі алгоритму Кернінгана-Ліна, який за допомогою мережевої томографії допоможе вирішити проблему надмірної економічної неефективності.

**Література**

[1] Atherton, K., *Israeli students spoof Waze with fake traffic jam*, 2014, http://tinyurl.com/p4gcgkv.

[2] Batty, M., Axhausen, K.W., Giannotti, F., Pozdnoukhov, A., Bazzani, A.,Wachowicz, M., Ouzounis, G., and Portugali, Y., ‘Smart cities of the future,’ The European Physical Journal Special Topics, 2012, **214**(1), pp. 481–518.

[3] Bu, T., Duffield, N., Lo Presti, F., and Towsley, D., ‘Network tomography on general topologies,’ in ‘ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review,’ volume 30, ACM, 2002 pp. 21–30.

[4] Google, Google Maps APIs, 2017, <https://developers.google.com/maps/>.

[5] Chen, Y., Bindel, D., Song, H., and Katz, R. H., ‘An algebraic approach to practical and scalable overlay network monitoring,’ ACM SIGCOMMComp. Com. Rev., 2004, 34(4), pp. 55–66.

[6] Kernighan, B.W. and Lin, S., ‘An efficient heuristic procedure for partitioning graphs,’The Bell system technical journal, 1970, 49(2), pp. 291–307.

[7] Krause, A. and Golovin, D., ‘Submodular function maximization.’ 2014.

[8] Lay, D., Linear Algebra and Its Applications, Pearson Education, 2002, ISBN 9788177583335.